# Piaci részesedések eloszlásának előrejelzése Markov-modellel a biztosítási piacon

Kovács Norbert[1]

**Absztrakt:**
A piaci verseny kérdéskörével foglalkozó szakirodalom számos módszert ajánl a piaci erő közvetett és közvetlen mérésére. A módszerek gyakorlati alkalmazása során gyakran adatkorlátokba ütközünk. Létezik olyan módszer, melynek segítségével a piaci erőt pontosabban értékelhetjük adatkorlátok esetén, mint a hagyományos módszerekkel? E tanulmányban, a magyar biztosítási piac[2] példáján erre a kérdésre keressük a választ.

**Kulcsszavak:**
Biztosítási piac, piaci erő mérése, sztochasztikus folyamat, Markov-láncok modellje.

## Abstract:
A number of authors have presented econometric and other methodology for the estimation of market power directly or indirectly. The official data restrict the usefulness of these methods in empirical application. Is there any methodology, which gives a possibility for a better estimation of market power than the traditional approach in case of barriers to data? This question is of central importance here in connection with the Hungarian insurance market.

Key words:
Insurance market, measuring market power, stochastic process, Markov Chain models

---

[1] Egyetemi tanársegéd, Széchenyi István Egyetem, Nemzetközi és Elméleti Gazdaságtan Tanszék, e-mail:kovacsn@sze.hu

[2] Ezzel kapcsolatban lásd: Banyár – Farkas (2002).

## 1. A piaci erő mérése a szakirodalomban

A piaci erő[3] közvetett mérésére a hazai és nemzetközi szakirodalomban, valamint versenyfelügyeleti gyakorlatban legtöbbször alkalmazott mutató a Herfindahl-Hirschman-index (továbbiakban: HHI-index).[4] Az index értéke megegyezik a vizsgált piacon működő vállalatok százalékos piaci részesedéseinek négyzetösszegével (Kerékgyártó – Mundruczó [1999]), azaz:

$$HHI = \sum_{i=1}^{n} z_i^2$$ , ahol $z_i$ az i. cég piaci részesedése a vizsgált piacon.

Ha a HHI-*index* értéke magas, akkor a vizsgált piac koncentrált, ez egyben azt jelenti, hogy néhány vállalat (domináns vállalatok) uralja a piacot. Az index értékének csökkenése enyhülő koncentrációt jelent és a domináns vállalatok piaci részesedéseinek erodálódására utal. A magyar biztosítási piacon az éves bruttó díjbevételek alapján számított HHI-index értékének folyamatos csökkenését figyelhetjük meg (1.táblázat).

---

[3] A piaci erőt elméleti közgazdaságtani megközelítésben úgy definiálhatjuk, mint a vállalat képességét arra, hogy árait határköltsége fölé emelje. Gyakorlatban sem az ár, sem a határköltség becslése nem könnyű feladat. Az európai versenyjogban – az Európai Unió működéséről szóló szerződés 102. cikkéből kiindulva – talán éppen az említett ok miatt, az erőfölény fogalmát erősen kötik a magas piaci részesedésekhez, amelynek meghatározása könnyebb feladat. Az e kérdéskörrel kapcsolatos elméleti és gyakorlati viták bemutatása messze túlmutat e tanulmány keretein. A tanulmányban elfogadjuk azt a nézetet, miszerint a koncentráltabb struktúra – vagyis, ha a piac kínálati oldalán kevés számú szereplő kezében van a piaci részesedések jelentős része – versenyszempontból kedvezőtlen, az ugyanis az ár-határköltség rések növekedését és ezzel együtt a jólét csökkenését eredményezi. Az ezzel kapcsolatos Cournot-feltételek melletti elméleti bizonyítást lásd Cowling-Waterson (1976), empirikus bizonyítékokkal szolgál például Corvoisier – Gropp (2001).

[4] A piaci erő mérésével foglalkozó közgazdasági irodalom egy részének álláspontja szerint jóléti szempontból kedvező, ha az index értéke alacsony, illetve értéke csökkenő tendenciát mutat. Ez a szemlélet megjelenik a versenyfelügyeleti gyakorlatban is. Az amerikai versenyszabályozás például kimondja, hogy abban az esetben, ha a HHI index számított értéke egy lehetséges fúziót követően is 1000 bázispontnál alacsonyabb marad a vizsgált piacon, akkor két vállalat fúziója nem veszélyezteti a versenyt. Ha a HHI-index 1000 és 1800 bázispont közé esik, akkor a fúzió verseny- és jóléti szempontból veszélyes, feltéve, hogy ennek hatására az index értéke 100 bázisponttal, vagy annál nagyobb mértékben nő. Végül abban az esetben, ha a HHI értéke 1800 bázispont feletti, akkor egy fúzió azonnal versenyellenesnek minősül, ha az index értékét 50 bázisponttal, vagy annál nagyobb mértékben növeli meg (Carlton – Perloff (2003), 661.o., illetve Blank - Persson (2004)). Az európai versenyjogban, így a magyarban is jellemzően a piaci részesedések állnak a középpontban, ugyanakkor jellemző, hogy a szabályozás nem egyértelmű, illetve nem következetes e tekintetben (bővebben: Motta (2004), 118-119.o.).

*1. táblázat*
Az éves bruttó díjbevételek alapján számított HHI-index alakulása a magyar biztosítási piacon[5]

| Év | HHI | 1995=100% | előző év= 100% |
|---|---|---|---|
| **1995** | 2089 | 100,00% | - |
| **1996** | 1960 | 93,81% | 93,81% |
| **1997** | 1875 | 89,75% | 95,67% |
| **1998** | 1853 | 88,73% | 98,86% |
| **1999** | 1729 | 82,78% | 93,30% |
| **2000** | 1592 | 76,19% | 92,04% |
| **2001** | 1577 | 75,51% | 99,11% |
| **2002** | 1561 | 74,73% | 98,97% |
| **2003** | 1480 | 70,85% | 94,80% |
| **2004** | 1354 | 64,82% | 91,49% |
| **2005** | 1308 | 62,63% | 96,63% |
| **2006** | 1147 | 54,93% | 87,70% |

A HHI-index segítségével elsősorban a piaci szerkezetben a múltban bekövetkező változásokat mutathatjuk be. A piaci verseny egészséges szintjének védelmét célzó versenyfelügyeleti munka szempontjából azonban a jövőben várható változások előrejelzése legalább ennyire fontos kell, hogy legyen. A továbbiakban – elfogadva, hogy a HHI-index értéke a piaci verseny erősségének hatékony közvetett mérőszáma – azt vizsgáljuk, hogy továbbra is kizárólag a bruttó biztosítási díjbevétel adatokra támaszkodva, előrejelezhető-e a HHI-index értékének az alakulása.[6]

Ha megvizsgáljuk a HHI-index számításának bemutatott módszerét, akkor látható, hogy a számítás során az értékösszegből való részesedéseket – vagyis valamely meghatározott gazdasági mennyiség- vagy értékadat[7] alapján számított piaci részesedéseket – önmagukkal súlyozzuk. A súlyozási rendszerből következik, hogy a nagyobb egységek nagyobb súlyt kapnak, vagyis a mutató érzékeny a nagyobb egységekre. Ez azt jelenti, hogy a nagyobb méretű (azaz nagyobb piaci részesedésű) vállalatok számának növekedése a HHI-index növekedését eredményezi. Ebből kiindulva, ha a

---

[5] Az index számításának alapjául szolgáló adatok forrása: Magyar Biztosítók Évkönyve, 1997-2007. Az elemzés során végig a Mabisz adataira támaszkodunk, biztosítótársaságok alatt a Mabisz tagbiztosítóit értjük, ami néhány kisebb társaság kivételével az összes társaságot magában foglalja.

[6] A koncentráció alakulásának előrejelzésére a különféle idősor elemzési, előrejelzési módszerek – exponenciális simítás, lineáris és nem lineáris trend modell, Brown-, Holt-, Winters-féle modellek stb. - is alkalmasak lehetnének, ezek azonban nem teszik lehetővé a piac kínálatoldali struktúrájában megfigyelhető változások elemzését.

[7] Esetünkben ez az adat – ahogy ezt az 1. táblázat kapcsán említettük – az éves bruttó biztosítási díjbevétel.

biztosítótársaságok bruttó díjbevételekből való részesedései alapján meghatározott méretkategóriák közötti jövőbeli eloszlását előrejelezzük, akkor meghatározhatjuk az index értékének jövőbeni alakulását, mert a nagyobb méretkategóriákba tartozó vállalatok arányának növekedése egyúttal a piaci koncentráció növekedését eredményezi.

Hogyan tudjuk meghatározni a biztosítótársaságok számának méretkategóriák közti jövőbeni eloszlását? Első lépésben úgy, hogy kiszámítjuk a biztosítótársaságok számának jelenbeli eloszlását a meghatározott méretkategóriák közt, valamint meghatározzuk egy adott múltbeli időintervallumra[8] a társaságok kategóriaváltásainak számát, ami alapján képezhetjük a kategóriaváltások (átmenetek) valószínűségeit. Ezt követően a jelenbeli eloszlást eloszlásvektorként értelmezve, a kategóriaváltások valószínűségeit pedig úgynevezett átmenetvalószínűség-mátrixba rendezve, a Markov-láncok modelljének empirikus alkalmazásával[9] meghatározható a társaságok adott méretkategóriák közötti jövőbeli eloszlása. A tanulmány következő része a módszer matematikai fogalomrendszerét mutatja be.[10]

## 2. A Markov-láncok modellje[11]

Jelölje $\xi_t \ (t \in \mathrm{N} \equiv \{0,1,2,...\})$ egy a *t.* időpontban vizsgált valószínűségi változót, amely egy rendszer valamely *t.* időpontban megfigyelt jellemzőjére vonatkozik. Ekkor a $\{\xi_t\}_{t=0}^{\infty}$ valószínűségi változókból álló sorozatot diszkrét idejű sztochasztikus folyamatnak nevezzük.

Az $X_t$ halmazt a $\xi_t$ - diszkrét idejű sztochasztikus folyamathoz tartozó – valószínűségi változó állapotterének, az állapottér elemeit pedig állapotoknak nevezzük, ha a $\xi_t (t \in \mathrm{N})$ valószínűségi változó az $X_t \equiv \{x_t^1, x_t^2, x_t^3, ..., x_t^{x_t}\}$ halmaz valamelyik elemét veheti fel.

Feltételezzük, hogy a folyamathoz tartozó valószínűségi változók minden jövőbeli időpontban ugyanazokat az értékeket vehetik fel – azaz $X_t = X_{t+1}, \forall t \in \mathrm{N}$ – illetve, hogy ezekből a realizációkból véges sok van.

Ekkor Markov-láncnak nevezzük az olyan diszkrét idejű sztochasztikus folyamatot, amelyben a következő időszak állapota csak a

[8] Esetünkben 1999-2006.

[9] A modellt - hasonló céllal, de eltérő magyarázattal – használja Hart-Prais (1956), Adelman (1958).

[10] Ebben a részben csak a legfontosabb matematikai fogalmakat tisztázzuk, nem törekszünk a matematikai apparátus teljes körű bemutatására.

[11] E rész megírásában a következő forrásokra támaszkodtam: Karlin –Taylor (1985), Major (2008), Stokey-Lucas (1989), Sydsaeter – Hammond (2006).

jelen állapotától függhet közvetlenül, nem függ viszont attól, hogy a rendszer milyen úton ebbe az állapotba. Formálisan:

$$\mathrm{P}\left\{\xi_{t+1} = x^{l_{t+1}} \middle| \bigcap_{\tau=0}^{t} \xi_{\tau} = x^{l\tau}\right\} = \mathrm{P}\left(\xi_{t+1} = x^{l_{t+1}} \middle| \xi_{\tau} = x^{l\tau}\right), \ \forall t \in \mathrm{N}, \ \forall x^{lu} \in X,$$

$$\forall u \in \{0,1,\ldots,t+1\}.$$

Jelölje ekkor $p_{ij}(t)$ annak valószínűségét, hogy a rendszer a $t+1.$ időpontban a j. állapotba kerül, feltéve hogy a $t.$ időpontban az $i.$ állapotban van. Formálisan: $p_{ij}(t) \equiv \mathrm{P}(\xi_{t+1} = j | \xi_t = i), \forall i, j \in X, \forall t \in N$. Ekkor $p_{ij}(t)$ értékeket átmeneti valószínűségeknek nevezzük.

Az empirikus vizsgálatokban gyakran alkalmazzák az úgynevezett stacionaritás feltételt. Ez a modell empirikus alkalmazását egyszerűsítő, egyszersmind lehetővé tevő kemény, talán kissé életidegen feltevés. Ez a valószínűsége, hogy a rendszer a jelenlegi $i.$ állapotból a következő időszakra a $j.$ állapotba kerül független attól, hogy az átmenetet melyik állapotban vesszük górcső alá.

Formálisan: $p_{ij}(t) = p_{ij}, \forall i, j \in X, \forall t \in N$. Azokat a Markov-láncokat, amelyekre ez a feltevés igazstacionáriusnak nevezzük. A $p_{ij}(t)$ átmeneti valószínűségek négyzetes mátrixba rendezhetők. A négyzetes mátrix kialakításának több oka van. Egyrészt könnyebben áttekinthetővé válik az elemzett probléma. Másrészt lineáris algebrai módszerekkel tovább dolgozhatunk velük. Harmadszor fontos megállapításokat tehetünk a Markov-lánc tulajdonságairól. Az eddig meghatározott fogalomkörben átmenetvalószínűség-mátrixnak nevezzük a következő P mátrixot:

$$R^{n \cdot n} \ni \mathrm{P} \equiv \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1s} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2s} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{n1} & p_{n2} & \cdots & p_{nn} \end{bmatrix},$$

ahol $n \equiv |X| \geq 2$ az állapottér elemeinek a száma. Ez azt jelenti, hogy ha egy adott i. állapotban vagyunk, akkor a következő időpontban mindenképpen át kell lépni az $1,2,..., i,...n$ állapotok valamelyikébe.[12] Formálisan:

$$\sum_{j \in X} p_{ij} = 1, \forall i, j \in X$$

[12] Természetesen van lehetőség a helyben maradásra is, ebben az esetben az átmenet csak formális kifejezés.

Az átmenetvalószínűség-mátrix esetében ez azt jelenti, hogy a mátrix minden sorában az elemek összege egy: $P \cdot 1 = 1$, ahol $R^n \ni 1 \equiv (1 \cdots 1)$. Ez egyben azt is jelenti, hogy a P mátrix egyik sajátértéke 1, az 1 összegző vektor, pedig az ehhez tartozó egyik jobboldali sajátvektor.

Empirikus vizsgálatok során gyakran azt is szeretnénk megtudni, hogy a vizsgált rendszer egy adott állapotból kiindulva mekkora valószínűségekkel fog a többi állapotban tartózkodni két, három, kétszáz, végtelen időszak múlva. Per definitionem a Markov-láncok esetében két egymás utáni időszakban végbemenő átlépési esemény független egymástól, így az i. állapotból a j. állapotba az n. állapoton keresztüli történő két időszakos átlépés valószínűségét a $p_{in} \cdot p_{nj}$ szorzat adja. Vagyis:

$$p_{ij}^2 \equiv \mathrm{P}(\xi_{t+2} = j | \xi_t = i) = \sum_{k \in S} p_{in} \cdot p_{nj}, \forall i, j \in X, \forall t \in N$$

Ebből kiindulva általánosan a $\mathrm{P}^n$ mátrix ij indexű elemét - $p_{ij}$ - az i. állapotból a j. állapotba történő eljutás n lépéses átmeneti valószínűségének nevezzük. Formálisan:

$$R^{n \cdot n} \ni \mathrm{P}^n \equiv \begin{bmatrix} p_{11}^n & p_{11}^n & & \cdots & p_{1s}^n \\ p_{21}^n & p_{22}^n & & & p_{2s}^n \\ & & \ddots & & \\ \vdots & \vdots & & p_{ij}^n & \vdots \\ & & & \ddots & \\ p_{n1}^n & p_{n2}^n & & \cdots & p_{nn}^n \end{bmatrix}, \forall n \in N$$

E fentebb bemutatott összefüggés azt is jelenti, hogy ha ismerjük az általunk vizsgált állapottér egy valószínűség-eloszlásban megtestesülő jelenlegi állapotát és a rendszer megfigyelésével előállítottuk az állapottér átmenetvalószínűség-mátrixát, akkor meghatározhatjuk a következő időszak(ok) állapotát leíró valószínűség-eloszlást.

Legyen $v_n$ annak a valószínűsége, hogy a rendszer induló állapotban az n. állapotban tartózkodik, azaz $v_n \equiv \mathrm{P}(\xi_0 = n), \forall n \in X$.

Mivel $v_n$ valószínűség-eloszlás, ezért igaz rá a következő összefüggés: $\sum_{n \in X} v_n = 1$, ahol $R^n \ni v \equiv (v_1 \cdots v_n)$.

Ha ismerjük $v_n$ valószínűség-eloszlást és $P^n$ átmenetvalószínűség-mátrixot, akkor annak valószínűségét, hogy a rendszer n időszak múlva a j. állapotba kerül a teljes valószínűség tétele alapján a következőképpen számíthatjuk:

$$P(\xi_n = j) = \sum_{n\in X} P(\xi_0 = k)\, P(\xi_n = j \mid \xi_0 = k) = \sum_{n\in X} v_n \cdot p_{nj}^{n}, \forall j \in X, \forall n \in \mathrm{N}$$

azaz:

$$\mathbf{P} \cdot \overline{\mathbf{v}}_n = \overline{\mathbf{v}}_{n+1}$$

$$\mathbf{P}^2 \cdot \overline{\mathbf{v}}_\mathbf{n} = \mathbf{P} \cdot \overline{\mathbf{v}}_{\mathbf{n+1}} = \overline{\mathbf{v}}_{\mathbf{n+2}}$$

$$\vdots$$

$$\mathbf{P}^\mathbf{k} \cdot \overline{\mathbf{v}}_\mathbf{n} = \mathbf{P} \cdot \overline{\mathbf{v}}_{\mathbf{n+k-1}} = \overline{\mathbf{v}}_{\mathbf{n+k}}$$

## 3. A Markov-láncok modelljének alkalmazása a magyar biztosítási piacra

A Markov láncok modelljének biztosítási piaci alkalmazásának a lépései a következők:

1. Az átmenetek kategóriáinak meghatározása.
2. Az átmenetvalószínűség-mátrix meghatározása.
3. Az átmenetvalószínűség-mátrix finomítása.
4. A stacionárius eloszlás becslése

### Az átmenetek kategóriáinak meghatározása.

Az elemzéshez és az előrejelzéshez alapadatként a biztosítótársaságok 1999 és 2006 közötti időintervallumban évente realizált bruttó díjbevételeit használjuk.[13] Az éves bruttó díjbevétel folytonos változó, amelyből a kategóriákat, amelyek között az átmenetek zajlanak, diszkretizálással tudunk meghatározni.

A diszkretizálás során első lépésben a biztosítási piacról rendelkezésre álló, az egyes társaságok által realizált éves bruttó díjbevétel adatok alapján relatív díjbevétel kategóriákat (osztályközöket, intervallumokat) képezünk. Ezt követően azokat a társaságokat, amelyek azonos intervallumba tartoznak az egyes években realizált bruttó biztosítási díjbevétel alapján azonos állapotban lévőnek tekintjük. A kategóriákat a biztosítótársaságok relatív díjbevételeinek[14] elemzése alapján a következőképpen határozzuk meg:

---

[13] Az intervallum megválasztása során az 1995 és 2007 közötti időszakot, amely a HHI-index számítása során figyelembevételre került, szándékosan rövidítettük. Véleményünk szerint az 1995 és 1999 közötti időszakban megfigyelhetőek voltak olyan hatások (például a Generali és a Providencia egyesülése), amelyek jelentős torzítást eredményeznének a vizsgálat során.

[14] A relatív díjbevétel az egyes társaságok által realizált bruttó biztosítási díjbevétel összpiaci díjbevételhez viszonyított értéke. Ez nem más, mint az egyes társaságok százalékos piaci részesedése.

*2. táblázat*
Az egyes méretkategóriák határai az éves bruttó díjbevétel százalékában

| Kategória-kód | Kategória |
|---|---|
| 0 | 0,0% |
| 1 | 0,01-1% |
| 2 | 1,01-2,5% |
| 3 | 2,51-5% |
| 4 | 5,01-10% |
| 5 | 10,01-20% |
| 6 | 20% felett |

Látható, hogy az egyes kategóriák hossza nem egyezik meg. Ennek magyarázata az, hogy a biztosítótársaságok díjbevételeinek eloszlása lognormális eloszláshoz közelít. Ez azt jelenti, hogy az alacsonyabb díjbevétel kategóriákba jóval több megfigyelési egység – társaság – tartozik, így itt rövidebb osztályközöket kell képezni, mint a magasabb díjbevételkategóriák esetén.

Optimális megoldás az lenne, ha minden kategóriába azonos számú megfigyelési egység esne[15], de ennek kivitelezése alacsony számú megfigyelési egységek esetében sokszor kivitelezhetetlen. Ez érvényes a magyar biztosítási piacra is. Az osztályközöknél szokatlan jelenséggel a 0 százalékos kategóriával is találkozunk. A méretkategóriák megalkotása során figyelembe vettük az összes olyan vállalatot, amelyre igaz, hogy az 1999 és 2006 közötti időintervallumban legalább egy évben díjbevételt realizált. Azokban az években, amelyekben nem realizáltak díjbevételt – azaz piaci részesedésük 0% volt – a „0” kategóriába kerültek. A „0” kategóriába tartozó társaságok figyelembe vétele lehetővé teszi a piacra való be- és az onnan való kilépés valószínűségeinek meghatározását is, tehát a „02 kategória a be-és kilépők kategóriája.

**Az átmenetvalószínűség-mátrix meghatározása**

Az elemzés során első lépésben meghatároztuk, hogy a 2. táblázatban bemutatott kategóriák esetében hány átlépés valósult meg az 1999 és 2006 közötti időszakban. Az átlépések számát egy n x n-es mátrixban rögzítettük a következőképpen:

[15] Ezzel biztosíthatnánk, hogy minden kategória azonos súllyal kerüljön figyelembe vételre.

| *kategória* | 0 | 1 | $\cdots$ | *j* | $\cdots$ | *n* | *összesen* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | | | | | | | |
| 1 | | | | | | | |
| $\vdots$ | | | | $\vdots$ | | | $\vdots$ |
| *i* | | $\cdots$ | | $d_{ij}$ | $\cdots$ | | $\sum d_{ij}$ |
| $\vdots$ | | | | $\vdots$ | | | $\vdots$ |
| *n* | | | | | | | |

A $d_{ij}$ jelöli az i. kategóriából a j. kategóriába történő átmenetek számát, $\sum d_{ij}$ pedig az összes i. kategóriával kapcsolatos összes esemény – átmenet, valamint az adott i. kategóriában maradás aggregált értékét. Ebből a mátrixból becsülhető a P n x n-es átmenetvalószínűség-mátrix:

| *kategória* | 0 | 1 | $\cdots$ | *j* | $\cdots$ | *n* |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | | | | | | |
| 1 | | | | $\vdots$ | | |
| $\vdots$ | | | | | | |
| *i* | | $\cdots$ | | $p_{ij}$ | | |
| $\vdots$ | | | | | | |
| *n* | | | | | | |

Az 2. ábrán bemutatott mátrixban szereplő $p_{ij} = \dfrac{d_{ij}}{\sum_{j=0}^{n} d_{ij}}$ nem más, mint az i. kategóriából a j. kategóriába történő átlépés valószínűsége. Az itt leírtaknak megfelelően meghatározott átmenetvalószínűség-mátrix már felhasználható a biztosítási piac struktúrájában megfigyelhető dinamika elemzésére, valamint a vállalatok kategóriák közötti jövőbeni eloszlásának becslésére és a piaci koncentráció alakulásának előrejelzésére.

**Az átmenetvalószínűség-mátrix finomítása**

Markov-lánc modellünk előrejelző képességének javítása érdekében az 1999 és 2006 között rendelkezésre álló tapasztalati adatok segítségével (3. táblázat), a legkisebb négyzetek módszerének alkalmazásával meghatározott átmenetvalószínűség-mátrixot tovább finomítottuk. A matematikai modell a következő:

Legyen $\hat{\mathrm{P}}$ a becsült nxn-es átmenetvalószínűség-mátrix

Legyen $\bar{v} = \begin{vmatrix} v_0 \\ v_1 \\ \vdots \\ \\ v_n \end{vmatrix}$ a vállalatok t. időszaki, kategóriák közötti tényleges eloszlása.

Legyen $\bar{v}' = \begin{vmatrix} v_0' \\ v_1' \\ \vdots \\ \\ v_n' \end{vmatrix}$ pedig a t+1. időszakra becsült eloszlás.

$\hat{p}_{ij} \geq 0$ azaz, a $\hat{\mathrm{P}}$ mátrix minden eleme nagyobb, vagy egyenlő 0. $\sum_{j=0}^{n} \hat{p}_{ij} = 1, \quad i = 0,1,...,n$, azaz $\hat{\mathrm{P}}$ mátrix minden sorának összege egyenlő 1.

$\bar{v} \rangle 0, \quad \bar{v}' \rangle 0$, azaz sem a t, sem pedig a t+1. időszaki eloszlásvektor nem egyenlő 0 vektorral.

$\sum_{i=0}^{n} \bar{v}_i = 1, \quad \sum_{i=1}^{n} \bar{v}_i' = 1$, azaz a t. és a t+1. időszaki eloszlásvektorok elemeinek összege 1.

Az adott feltételek teljesülése mellett keressük a $\hat{\mathrm{P}} \cdot \bar{v} = \bar{v}'$ homogén lineáris egyenletrendszer megoldását, amelyre $\sum_{t=1999}^{2006} \sum_{i=0}^{6} \left( v_{it} - v_{it}' \right)^2 \to 0$ teljesül. A homogén lineáris egyenletrendszert a Microsoft Excel programcsomag segítségével megoldva az 5. táblázatban látható átmenetvalószínűség-mátrixot kapjuk a teljes biztosítási piacra.

Az 1999 és 2006 közötti időszak tényadatai alapján becsült és az előrejelzésre a legkisebb négyzetek módszerével alkalmassá tett átmenetvalószínűség-mátrix elemeit a sorokban balról jobbra haladva tudjuk értelmezni. A diagonálisában látható elemek az adott kategóriában maradás valószínűségeit mutatják meg.

A „0” kategóriában maradás valószínűsége 80%. A „0” kategóriából a piacra való belépés együttes valószínűsége 20%. A belépők 9%-os valószínűséggel a 2. 11%-os valószínűséggel az 5. méretkategóriába kerülnek. A piacról való kilépés valószínűségei a „0” kategória oszlopából olvashatók ki: a 3. kategóriából 40%, a 6. kategóriából 96 %.

Az 1. kategóriába tartózó társaságok 74%-os valószínűséggel maradnak ugyanebben a kategóriában, a kategóriaváltás együttes valószínűsége 26%. Az 1. kategóriába tartozó biztosítók 13%os valószínűséggel lépnek be a 2., 12%-os valószínűséggel a 4. és 1%-os valószínűséggel a legnagyobb méretkategóriába.

A 2. kategóriában a helyben maradás valószínűsége már jóval alacsonyabb, 56%, a kategóriából való kimozdulás két irányban történik. 29% a valószínűsége az 1. kategóriába történő visszalépésnek és 15% a valószínűsége az 5. kategóriába történő fellépésnek.

A 3. és a 4. vagyis a 2,51-5%-os valamint az 5,01-10%-os, azaz a közepes méretosztályok helyzete speciális, hiszen a helyben maradás valószínűsége mindkét esetben 0%. Mindkét kategória esetében a kétirányú az elmozdulás. A 3. kategóriából 40% a valószínűsége a piacról való kilépésnek 60% a valószínűsége a 6. kategóriába történő belépésnek. A 4. kategóriából 81%-os valószínűséggel a 3. kategóriába történik átlépés, 19%-os valószínűséggel pedig a legnagyobb, a 6. kategóriába.

Az 5. kategória esetében 47% a helyben maradás valószínűsége, az 5. kategóriába tartozó vállalatok 53%-os valószínűséggel kerülnek át az 1. kategóriába.

A 6., legnagyobb kategória esetében mindössze 4% a helyben maradás valószínűsége. A kategóriából az 1999 és 2006 közötti adatokon alapuló becslés 96%-os valószínűséget rendel e kategória esetében a piacról való kilépésnek, azaz a „0” kategóriába való visszalépésnek.

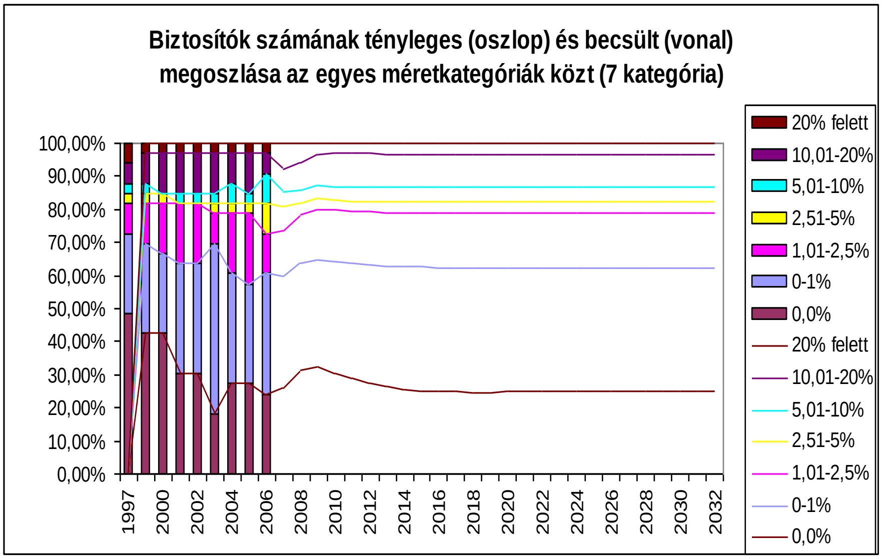
Az előrejelzésre alkalmassá tett átmenetvalószínűség-mátrix tehát a biztosítási piac jelentős átrendeződését mutatja az 1999-2006-os intervallumra. A piaci szereplők helyben maradásának valószínűsége csupán a kis méretkategóriák esetében magas.

A mátrix mobilitási együtthatója - $\mu(\hat{P}) = \dfrac{n - \sum_i p_{ii}}{n-1}$, ahol n a kategóriák száma, $p_{ii}$ pedig a diagonálisban szereplő értékeket jelöli - 73, 11%, ami erős belső szerkezeti dinamikát, átrendeződést mutat.

Az átmenetvalószínűség-mátrixot nemcsak a piac belső dinamikájának adott időintervallumon történő vizsgálatára használhatjuk, hanem a 2., elméleti részben bemutatottaknak megfelelően előrejelzésre is alkalmazhatjuk.

A vállalatok számának 2006. évi kategóriák közötti eloszlását induló állapotnak (induló eloszlásvektornak) tekintve előállíthatjuk a következő évekre várható eloszlásokat. Markov-lánc modellünk a 2006. évet követő néhány évben a társaságok számának csökkenését jelzi, majd 2010-től enyhe növekedést a kisebb méretkategóriákban, ezt követően pedig a vállalatok száma minden kategóriában stabilizálódni látszik (1. ábra).

*1. ábra*




A 1. ábrán látható módon tehát modellünk az egyes kategóriák stabilizálódását vetíti előre. Ezek szerint létezik a piacnak egy stabil szerkezete? A következő részben ezzel foglalkozunk.

*3. táblázat*

A biztosítótársaságok méretkategóriák közötti eloszlása a biztosítási piacon (1999-2006) [16]

| Kategóriakód | Osztályköz | 1999 | 2000 | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **0** | **0%** | 0,42 | 0,42 | 0,30 | 0,30 | 0,18 | 0,27 | 0,27 | 0,24 |
| **1** | **0-1%** | 0,27 | 0,24 | 0,33 | 0,33 | 0,52 | 0,33 | 0,30 | 0,36 |
| **2** | **1,01-2,5%** | 0,12 | 0,15 | 0,18 | 0,18 | 0,09 | 0,18 | 0,21 | 0,12 |
| **3** | **2,51-5%** | 0,03 | 0,03 | 0,00 | 0,00 | 0,03 | 0,03 | 0,03 | 0,09 |
| **4** | **5,01-10%** | 0,03 | 0,00 | 0,03 | 0,03 | 0,03 | 0,06 | 0,03 | 0,09 |
| **5** | **10,01-20%** | 0,09 | 0,12 | 0,12 | 0,12 | 0,12 | 0,09 | 0,12 | 0,06 |
| **6** | **20% felett** | 0,03 | 0,03 | 0,03 | 0,03 | 0,03 | 0,03 | 0,03 | 0,03 |
| | **Összesen** | **1** | **1** | **1** | **1** | **1** | **1** | **1** | **1** |

*4. táblázat*

A biztosítótársaságok méretkategóriák becsült eloszlása a biztosítási piacon (1999-2006) [17]

| Kategóriakód | Kategória | 1999 (tény) | 2000 | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **0** | **0%** | 0,42 | 0,36 | 0,32 | 0,29 | 0,27 | 0,26 | 0,25 | 0,25 |
| **1** | **0-1%** | 0,27 | 0,29 | 0,32 | 0,35 | 0,36 | 0,37 | 0,38 | 0,38 |
| **2** | **1,01-2,5%** | 0,12 | 0,15 | 0,16 | 0,16 | 0,16 | 0,16 | 0,16 | 0,16 |
| **3** | **2,51-5%** | 0,03 | 0,02 | 0,03 | 0,03 | 0,03 | 0,03 | 0,03 | 0,04 |
| **4** | **5,01-10%** | 0,03 | 0,03 | 0,04 | 0,04 | 0,04 | 0,04 | 0,04 | 0,04 |
| **5** | **10,01-20%** | 0,09 | 0,12 | 0,12 | 0,11 | 0,11 | 0,10 | 0,10 | 0,10 |
| **6** | **20% felett** | 0,03 | 0,02 | 0,02 | 0,03 | 0,03 | 0,03 | 0,03 | 0,03 |
| | **Összesen** | **1** | **1** | **1** | **1** | **1** | **1** | **1** | **1** |

[16] Magyar Biztosítók Évkönyve, 1999-2007 alapján saját számítás

[17] Magyar Biztosítók Évkönyve, 1999-2007 alapján saját számítás

*5. táblázat*

A teljes biztosítási piacára becsült egylépéses átmenet-valószínűségi mátrixok 7 kategóriával

*A kategóriaképzés alapja a biztosítótársaságok által realizált éves bruttó biztosítási díjbevétel nagysága (1999-2006)*

**Mobilitás:** 73,11%

| **Kategória-kód** | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **Összesen** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **0** | 0,80 | 0,00 | 0,09 | 0,00 | 0,00 | 0,11 | 0,00 | **1,00** |
| **1** | 0,00 | 0,74 | 0,13 | 0,00 | 0,12 | 0,00 | 0,01 | **1,00** |
| **2** | 0,00 | 0,29 | 0,56 | 0,00 | 0,00 | 0,15 | 0,00 | **1,00** |
| **3** | 0,40 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,60 | **1,00** |
| **4** | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,81 | 0,00 | 0,00 | 0,19 | **1,00** |
| **5** | 0,00 | 0,53 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,47 | 0,00 | **1,00** |
| **6** | 0,96 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,04 | **1,00** |
| **Tényeloszlás 2006** | **0,24242** | **0,36364** | **0,12121** | **0,09091** | **0,09091** | **0,06061** | **0,03030** | |
| **Invariáns eloszlás** | **0,25** | **0,38** | **0,16** | **0,04** | **0,05** | **0,10** | **0,04** | |

**A stacionárius eloszlás becslése**

A stacionárius, vagy invariáns eloszlás – stabil eloszlás, amelyhez a sztochasztikus folyamat konvergál – Stokey – Lucas – Prescott (1989), 326-329. oldalon levezetett bizonyításának megfelelően, minden Markov lánc esetén létezik.[18] Vagyis létezik egy olyan valószínűség-eloszlás, amelyhez adott átmenetvalószínűség-mátrix mellett a vizsgált rendszer tart.

Az olyan $\bar{v} \in \Delta^n$ valószínűség-eloszlásokat, amelyek esetén $P(\xi_n = j) = P(\xi_0 = j), \forall j \in X, \forall n \in \mathrm{N}$ fennáll, invariáns, vagy stacionárius eloszlásnak nevezzük. Az invariáns eloszlás a következőképpen határozható meg: legyen $\hat{\mathrm{P}}$ egy n x n-es mátrix. Ekkor a k számot $\hat{\mathrm{P}}$ sajátértékének nevezzük, ha létezik olyan nullától különböző $\bar{v} \in R^n$ vektor, amelyre $\hat{P} \cdot \bar{v} = k \cdot \bar{v}$, ahol k a $\hat{\mathrm{P}}$ mátrix sajátértéke, $\bar{v}$ pedig az ehhez tartozó sajátvektor. Ekkor $\hat{\mathrm{P}}$ mátrix sajátértéke és sajátvektora meghatározható az $\hat{P} - k \cdot E_n \cdot \bar{v} = 0$ lineáris algebrai egyenlet megoldásával, amelyben $E_n$ n-ed rendű egységmátrix. Tudjuk, hogy az invariáns eloszlásra érvényes a következő összefüggés $\hat{P} \cdot \bar{v} = \bar{v}$, tehát mikor az invariáns eloszlást akarjuk meghatározni, akkor azt a $\bar{v}$ eloszlásvektort keressük, amely a $\hat{\mathrm{P}}$ mátrix k=1 sajátértékéhez tartozó sajátvektor. Vagyis a $\hat{P} - E_n \cdot v = 0$ homogén lineáris egyenletrendszer nemtriviális, azaz $\bar{v} \neq 0$ megoldását keressük. Ez akkor és csak is akkor létezik, ha az együttható mátrix determinánsa 0, azaz $\left|\hat{P} - E_n\right| = 0$ (Sydsaeter – Hammond (2006), 449.o.). Ebbe homogén lineáris egyenletrendszerbe a $\hat{\mathrm{P}}$ mátrix helyére a korábban bemutatott becsült átmenetvalószínűség-márixot beírva és a problémát az Excel program segítségével megoldva, az 5. és a 6. táblázatban is látható invariáns eloszlást kapjuk.

A modell előrejelzése alapján látható, hogy a piac 2013-ra meglehetősen közel kerül a becsült stacionárius eloszláshoz. A látható, hogy a Markov-lánc modell a „0” méretkategória esetében növekedést jelez előre, ami a piacon tevékenykedő vállalatok számának csökkenését is jelenti.

A modell alacsony méretkategóriák esetében a vállalatok számának stabilizálódását, a közepes kategóriákba tartozók csökkenését és a nagyok, vagyis az 5. és a 6. kategóriába tartozók arányának növekedését jelzi előre.

---

[18] Idézi Major is: Major (2008),161.o.

*6. táblázat*

A biztosítótársaságok számának tényleges és becsült eloszlásai

| Kategóriakód | Kategória | 2006 (tény) | 2010 | 2013 | invariáns eloszlás |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | **0,0%** | 0,24 | 0,30 | 0,26 | 0,25 |
| 1 | **0-1%** | 0,36 | 0,34 | 0,37 | 0,38 |
| 2 | **1,01-2,5%** | 0,12 | 0,16 | 0,16 | 0,16 |
| 3 | **2,51-5%** | 0,09 | 0,03 | 0,03 | 0,04 |
| 4 | **5,01-10%** | 0,09 | 0,04 | 0,04 | 0,05 |
| 5 | **10,01-20%** | 0,06 | 0,10 | 0,10 | 0,10 |
| 6 | **20% felett** | 0,03 | 0,03 | 0,03 | 0,04 |

A Markov-lánc modell előrejelzése szerint tehát a hazai biztosítási piacon a nagyobb vállalatok arányának növekedése várható, ami pedig a koncentráció mértékének újbóli növekedését fogja eredményezni.

## Összefoglalás

A piaci erő mérésének a hazai és nemzetközi szakirodalomban, valamint a versenyfelügyeleti munkában általánosan elterjedt, közvetett indikátora a HHI-index. Az index alapvetően a múltbeli piacszerkezeti folyamatok jellemzésére alkalmas. E tanulmány keretei között nem vizsgáltuk a mutató további hiányosságait, hanem elfogadva, hogy a piaci verseny erősségének vizsgálata során általánosan elfogadott és alkalmazott közvetett mérőszám, pusztán annak lehetőségét elemeztük, hogy minimális rendelkezésre adattal tudunk-e a szokásos, múltat leíró jelentéstartalmához valami többletet hozzátenni.

Vizsgálatainkat a magyar biztosítási piacra végeztük, kizárólag a biztosítótársaságok teljes bruttó díjbevétel adataira támaszkodva. Összességében megállapíthatjuk, hogy a Markov-láncok modelljének alkalmazásával a piac strukturális változásai is jellemezhetők, valamint a HHI-index jövőbeli alakulásának iránya is előrejelezhető, vagyis a módszer alkalmazásával a hagyományos elemzési apparátus jelentéstartalma bővíthető.

## Irodalomjegyzék


Adelman, I. C. (1958): A Stochastic Analysis of the Size Distribution of Firms, Journal of the American Statistical Association, Vol. 53. No. 284., 893-904. p

Blank, M. – Persson, A. M. (2004): The Swedish food retail market: An econometric analysis of the competition on local food retail markets, letöltés helye:http://www.diva-

portal.org/liu/abstract.xsql?dbid=2521, letöltés dátuma: 2006. október
Banyár, J. – Farkas, Sz. (2002): Transformation of Hungarian Insurance Market in the 1990's, Bamberg
Carlton, D. W. – Perloff, J. M. (2003): Modern piacelmélet, Panem, Budapest.
Corvoisier, S. – Gropp, R. [2001]: Bank concentration and retail interest rates. ECB Working Paper, No. 72., http://www.ecb.eu/pub/pdf/scpwps/ecbwp72.pdf, letöltés dátuma 2007. augusztus
Cowling, K. – Waterson, M. (1976): Price-Cost Margins and Market Structure, Economica, 43., 267-274.p
Hart, P.,E. – Prais, S. J. (1956): The analysis of business concentration : a statistical approach, Journal of the Royal Statistical Society, Series A, 119, 150-175.p
Karlin, S. – Taylor, H.M. (1985): Sztochasztikus folyamatok, Gondolat Kiadó, Budapest
Kerékgyártó Gy.-né – Mundruczó Gy. (1999) Statisztikai módszerek a gazdasági elemzésben. Aula Kiadó, Budapest.
Magyar Biztosítók Évkönyve, 1997-2007, http://www.mabisz.hu/publikaciok_f.html, letöltés dátuma: 2004-2008, folyamatos
Major K. (2008): Markov-modellek. Elmélet, becslés és társadalomtudományi alkalmazások., BCE Makroökonómia Tanszék és ELTE Regionális Tudományi Tanszék, Budapest
Motta, M. (2004): Competition Policy. Theory and practice., Cambridge University Press, New York
Stokey, N. L. - Lucas E.R., Jr.- Prescott, E.C. (1989): Recursive Methods in Economic Dynamics, Harvard University Press, letöltés helye: http://books.google.hu/books?id=tWYo0QolyLAC&dq=Recursive+methods+in+economic+dynamics&printsec=frontcover&source=bn&hl=hu&ei=sRnsS-C4K4KbONnwtdcH&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=4&ved=0CCwQ6AEwAw#v=onepage&q&f=false, letöltés dátuma: 2009. december
Sydsaeter, K. – Hammond, P.I. ´(2006): Matematika közgazdászoknak, Aula Kiadó, Budapest